

בחינה במבוא לאנליזה הרמונית

מועד ב' – אביב 2015/16

מרצה: סשה סודין

משך הבחינה שלוש שעות. פתרו כמה שיותר שאלות. אין להשתמש בחומר עזר לרבות מחשבון.

שאלה 1 (35 נקודות)

(א) חשבו את מקדמי פוריה של $f(x) = \exp(2\pi\{x\})$ (סוגריים

מסולסלים מסמנים חלק שברי)

(ב) חשבו את הסכום

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{1+n^2}$$

שאלה 2 (30 נקודות)

תהי μ מידה מרוכבת סופית על הישר כך ש- $\lim_{|\xi| \rightarrow \infty} \hat{\mu}(\xi) = 0$

הראו כי μ חסרת אטומים.

שאלה 3 (20 נקודות)

אם $f \in L_1(\mathbb{R})$ ומתקיים $\int_{-1}^1 \frac{|f(x)|}{|x|} dx < \infty$

$$\lim_{a,b \rightarrow +\infty} \int_{-a}^b \hat{f}(\xi) d\xi = 0$$

שאלה 4 (15 נקודות)

תהי $f \in L_2(\mathbb{T})$ כך שמתקיים:

$$\limsup_{n \rightarrow +\infty} |\hat{f}(-n)|^{1/n} < 1, \quad \text{mes} \{f = 0\} > 0$$

הראו כי f היא פונקציית האפס.